▸ Etude fonctionnelle :

Q1 -

E1 :	Barrette, Vis
E2 :	Coffrets
Fp :	Fixer Barrette sur Coffret.

Q2 -

FT2 :	Identifier Coffret
M3 :	Vérin de serrage (5).
M4 :	Moteur + Réducteur + Vis-Ecrou / Axe numérique

▸ Etude Mécanique :

- Etude cinématique :

Q3 - on a : $\vec{V}_{cp \in portique/0} = \vec{V}_{cp \in portique/4} + \cancel{\vec{V}_{cp \in 4/0}}$

Avec : $\vec{V}_{cp \in portique/4} = \frac{p}{2\pi} \cdot \vec{\Omega}_{portique/4}$

$\qquad = \frac{p}{2\pi} \cdot (\cancel{\vec{\Omega}_{portique/0}} - \vec{\Omega}_{4/0})$.

$\Rightarrow \vec{V}_{cp \in portique/0} = -\frac{p}{2\pi} \cdot \omega_4 \vec{x} = V \vec{x}$.

$\Rightarrow V = -\frac{p}{2\pi} \cdot \omega_4$; et $\omega_4 = \frac{\omega_1}{k}$

$\Rightarrow \boxed{V = -\frac{p}{2\pi} \cdot \frac{\omega_1}{k}}$

(Il pas de signe - résultat faux 0)

Q4 - → calcul de V_{maxi} :

on a : la course $= \int v(t)\,dt = V_{maxi} \cdot \frac{T}{2}$.

$\Rightarrow \boxed{V_{maxi} = \frac{2 \cdot course}{T}}$, A.N : $\boxed{V_{maxi} = 0{,}75\ m/s}$

→ calcul du rapport (k) :

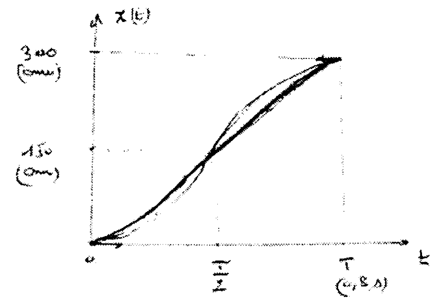
on a : $V_{maxi} = -\frac{p}{2\pi k} \cdot \omega_{1\,maxi}$, or $\omega_{1\,maxi} = \frac{\pi \cdot N_1}{30}$.

$V_{maxi} = -\frac{p}{2\pi k} \cdot \frac{\pi \cdot N_1}{30} = -\frac{p \cdot N_1}{60 \cdot k}$

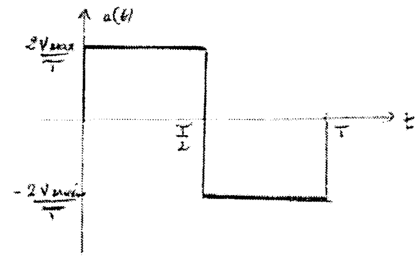
$\Rightarrow \boxed{k = -\frac{p \cdot N_1}{60 \cdot V_{maxi}}}$. A.N : $\boxed{k \simeq -1{,}78}$

Q5 -

Loi de position :



Loi d'accélération :



Q6 - Etude du train

→ on a : (Willis) $\frac{\omega_{1/3}}{\omega_{0/3}} = +\frac{\omega_{1/3}}{\omega_{2/3}} \times \frac{\omega_{2/3}}{\omega_{0/3}} = -\frac{Z_2}{Z_1} \cdot \frac{Z_0}{Z_2} = \boxed{-\frac{Z_0}{Z_1}}$

or $\frac{\omega_{1/0} - \omega_{3/0}}{\cancel{\omega_{0/0}} - \omega_{3/0}} = -\frac{Z_0}{Z_1} \Rightarrow \omega_{1/0} = \omega_{3/0} \cdot \left(1 + \frac{Z_0}{Z_1}\right)$

$\Rightarrow \boxed{\frac{\omega_1}{\omega_3} = \frac{Z_1 + Z_0}{Z_1} = k_1}$

→ Valeur de Z_2 : on a : $\boxed{Z_0 = 2Z_2 + Z_1}$

$\Rightarrow \boxed{Z_2 = 15 \text{ dents}}$

1.) valeur de k :

on a : $\frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{\omega_1}{\omega_3} \times \frac{\omega_3}{\omega_4} = -k_1 \cdot \frac{Z_4}{Z_3}$

$\Rightarrow k = -k_1 \cdot \frac{Z_4}{Z_3} = \boxed{\frac{Z_1+Z_2}{Z_1} \cdot \left(\frac{Z_4}{Z_3}\right) = k_1}$

AN : $\boxed{k = -17{,}8}$

▸ étude cinétique et dynamique

θ_7 - T.E.C à $E = \{$moteur + réducteur + portique$\}$

on a :

$\frac{d}{dt} T_{E/0} = P(\bar{E} \to E/0) + P_{inter}$; $P_{inter} = 0$; $\{F \vec{x}\}$; $\{C_m \vec{x}\}_x$; Pesanteur

1.) $P(\bar{E} \to E/0) = C_m \cdot \omega_1 - F \cdot V$

.) $2T_{E/0} = 2T_{M/0} + 2T_{mot/0} + 2T_{R/0}$

$2T_{E/0} = J_m \cdot \omega_1^2 + M \cdot V^2 + J_r \cdot \omega_4^2$.

Avec : $V = -\frac{P \cdot \omega_1}{2\pi \cdot k}$ et $\omega_4 = \frac{\omega_1}{k}$,

1. $2T_{E/0} = \left[J_m + M \cdot \frac{P^2}{4\pi^2 \cdot k^2} + J_r \cdot \frac{1}{k^2}\right] \cdot \omega_1^2$.

$P(\bar{E} \to E/0) = \left[C_m + F \cdot \frac{P}{2\pi \cdot k}\right] \cdot \omega_1$.

1 → T.E.C à E $\Rightarrow$ $\boxed{C_m + \frac{F \cdot P}{2\pi k} = \left(J_m + \frac{M P^2}{4\pi^2 k^2} + J_r/k^2\right) \cdot \dot{\omega}_1}$

Avec : $\boxed{C_{e} = -\frac{F \cdot P}{2\pi \cdot k}}$ et $\boxed{J_{eq} = J_m + \frac{M P^2}{4\pi^2 k^2} + \frac{J_r}{k^2}}$

1

▸ Etude statique : voir document réponse DR1

Question 8 :

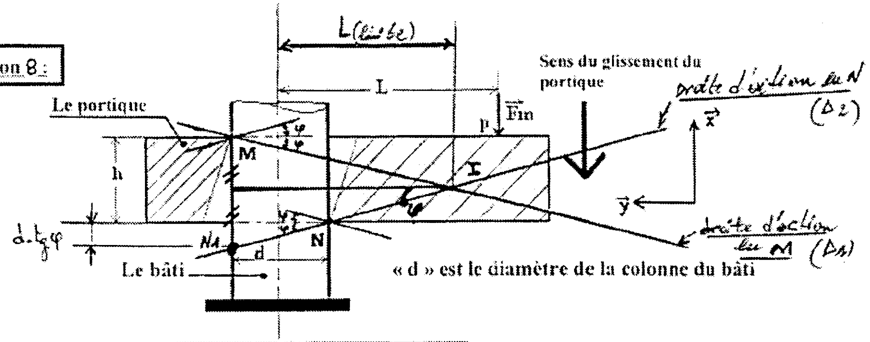


Figure (I) : Etude statique

Le sens de glissement ⇒ d'après les lois de Coulomb que $\vec{T}$(bâti → portique) est suivant ($+\vec{x}$).

$\Delta_1 \equiv \Delta \vec{R}_M$ et $\Delta_2 \equiv \Delta \vec{R}_N$

Question 9 : Commentaires :

Le portique est soumis à 3 forces :
Equilibre ⇒ les 3 forces doivent être concourantes au même point (I) ⇒ L(limite).
(voir schéma).

1

Question 10: Voir tracé : on a : $MN_1 = h + d \cdot tg\varphi$

et $\frac{MN_1}{2(L_{lim} + \frac{d}{2})} = tg\varphi = \frac{h + d\,tg\varphi}{2L_{lim} + d}$

1

$\Rightarrow \boxed{L_{(limite)} = \frac{h}{2f}}$; $f = tg\varphi$.

Question 11 :

- si $L < L_{limite}$ ⇒ glissement
- si $L > L_{limite}$ ⇒ coincement ; $L = L_{(limite)}$ ⇒ Equilibre

1

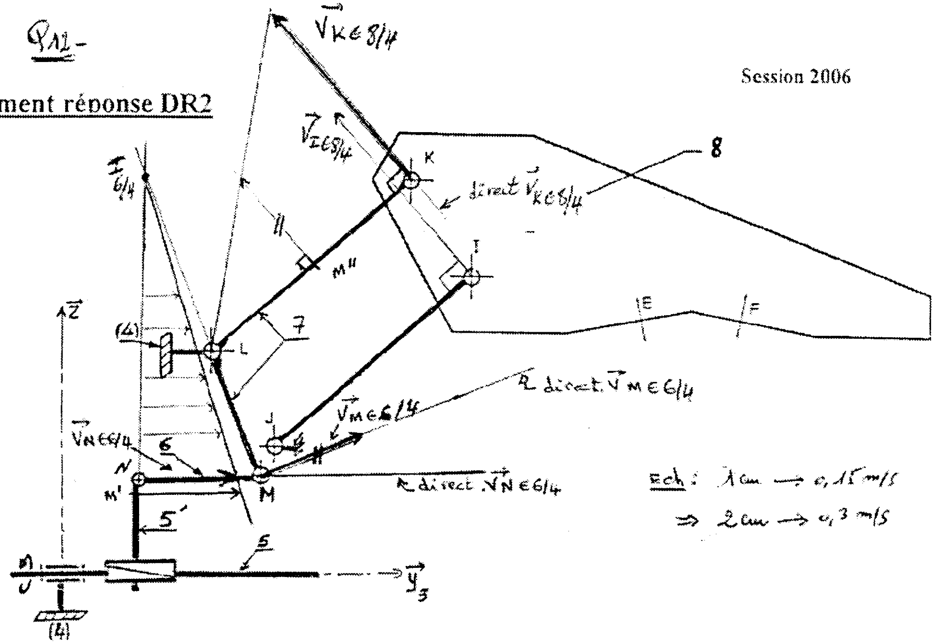
Etude du chariot de stockage :

▶ Etude Cinématique : voir document réponse :

Q12 -

Document réponse DR2

Session 2006



Ech : 1 cm → 0,15 m/s

⇒ 2 cm → 0,3 m/s

- C.I.R : $I_{6/4}$: le mouvement de 6/4 est plan / plan avec :
  - direct $\vec{V}_{N\in 6/4}$ = direct $\vec{V}_{N\in 5/4}$ = $(N, \vec{y}_3)$.
  - direct $\vec{V}_{M\in 6/4}$ = direct $\vec{V}_{M\in 7/4}$ = ⊥ à (L, M) en M.

  ⇒ $I_{6/4}$ = (⊥ à $(N, \vec{y}_3)$ en N) ∩ (L, M) : (voir tracé).

2

- on a : $\vec{V}_{K\in 8/4} = \vec{V}_{K\in 8/7} + \vec{V}_{K\in 7/4}$; or le mvt de 7/4 est une Rotation de centre (L) ⇒ direct. $\vec{V}_{K\in 8/4}$ = ⊥ à (L, K) en K

2

  - Pour le module de $\vec{V}_{K\in 8/4}$: (voir tracé) ; IM = IM'.

    on a : $\vec{V}_{N\in 6/4} = 0{,}3\,m\,\vec{y}_3 \xrightarrow{I_{6/4}} \|\vec{V}_{M\in 6/4}\| \simeq 0{,}33$ m/s

    et $\vec{V}_{M\in 6/4} = \vec{V}_{M\in 7/4}$ et Donc :

    $$\frac{V_{K\in 7/4}}{LK} = \frac{V_{M''\in 7/4}}{LM''}, \text{ Avec : } LM'' = LM.$$

1 Tracé ⇒ $\boxed{\|\vec{V}_{K\in 7/4}\| = \|\vec{V}_{K\in 8/4}\| \simeq 0{,}64 \text{ m/s}}$

- Le mouvement de 8/4 :
  - on a : (L, K) // à (J, I) et $\vec{V}_{I\in 8/4}$ ⊥ (J, I) en I c.à.d $\vec{V}_{I\in 8/4}$ // $\vec{V}_{K\in 8/4}$ ⇒ M^{vt} 8/4 : translation circulaire.
- $\vec{V}_{I\in 8/4}$ ⊥ (J, I) en I et $\|\vec{V}_{I\in 8/4}\| = 0{,}64$ m/s.

▶ Etude d'hyperstatisme :

Q13 - Graphe

$$\textcircled{1} \;\xrightarrow[\text{P. gliss. }(K,\vec{y})\,(L_2)]{\text{P. gliss }(J,\vec{z})\,(L_1)}\; \textcircled{2}$$

$\cdot \{T_1\} = \begin{vmatrix} X_1 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}_J$

$\cdot \{T_2\} = \begin{vmatrix} X_2 & L_2 \\ Y_2 & M_2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}_K$

0,5

Q14 - liaisons en // ⇒

$\{T_{eq}\} = \{T_1\} + \{T_2\}$; $\{T_{eq}\} = \begin{vmatrix} X_e & L_e \\ Y_e & M_e \\ Z_e & N_e \end{vmatrix}_K$

1

en K : $\{T_1\} = \begin{vmatrix} X_1 & L_1 \\ Y_1 & M_1 \\ 0 & -\mu Y_1 \end{vmatrix}_K$

⇒ $\begin{vmatrix} X_e = X_1 + X_2 \\ Y_e = Y_1 + Y_2 \\ Z_e = 0 \end{vmatrix}$; $\begin{vmatrix} L_e = L_1 + L_2 \\ M_e = M_1 + M_2 \\ N_e = -\mu Y_1 \end{vmatrix}$ ⇒ $\{T_{eq}\} = \begin{vmatrix} X_e & L_e \\ Y_e & M_e \\ 0 & N_e \end{vmatrix}_K$

⇒ Leq : Glissière d'axe $(\vec{z})$.

0,5 Q15 - 8 inconnues à 5 eq. indépendantes ⇒ $\boxed{h = 3}$.

Q16 - Les inconnus hypers. sont : X_1 ou X_2 ; L_1 ou L_2 et M_1 ou M_2.

1

- Modification de L_2 par exemple :

  on a : $\{T_2\} = \begin{vmatrix} X_2 & L_2 \\ Y_2 & M_2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}_K$ avec $\begin{vmatrix} X_2 = 0 \\ L_2 = 0 \\ M_2 = 0 \end{vmatrix}$ ⇒ $\boxed{\{T_2\} = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ Y_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}_K}$

  ⇒ Liaison en K : Ponctuelle de normale $(K, \vec{y})$.

Q17 - Avantage : Rigide.
Inconvénient : Coûteuse.

0,5

▸ Etude d'inertie :

Q18 - 1) on a : $m_3 \overrightarrow{O_3G_3} = m_c \cancel{\overrightarrow{O_3O_3}} + m_p \overrightarrow{O_3G_p}$

$$m_3 \begin{vmatrix} a_3 \\ b_3 \\ c_3 \end{vmatrix}_{R_3} = m_p \begin{vmatrix} 0 \\ a_1 \\ h/2 \end{vmatrix}_{R_3} \Rightarrow \begin{cases} a_3 = 0 \\ b_3 = \dfrac{m_p \cdot a_1}{m_3} \\ c_3 = \dfrac{m_p \cdot h}{2 \cdot m_3} \end{cases}$$

2) $$\overline{\overline{I}}(O_2, 2) = \begin{bmatrix} A_2 & 0 & 0 \\ 0 & B_2 & -D_2 \\ 0 & -D_2 & C_2 \end{bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} ; \quad \overline{\overline{I}}(O_4, 4) = \begin{bmatrix} A_4 & 0 & 0 \\ 0 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z})}$$

3) a) $$\begin{cases} A_p = m_p \cdot a^2/12 \\ B_p = m_p \cdot b^2/12 \\ C_p = \dfrac{m_p}{12}(a^2 + b^2) \end{cases} ; \quad \begin{cases} A_c = B_c = m_c \dfrac{r^2}{4} + m_c \dfrac{h^2}{12} \\ C_c = m_c \dfrac{r^2}{2} \end{cases}$$

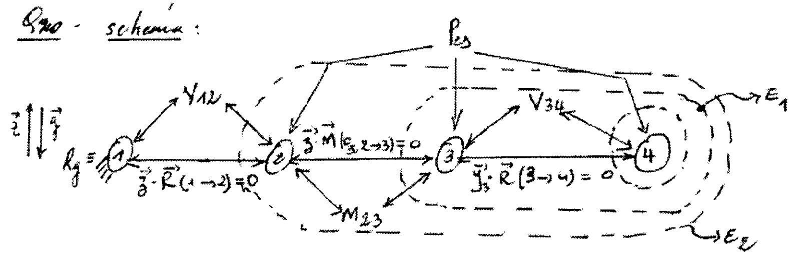
b) on a : $\overline{\overline{I}}(O_3, p) = \overline{\overline{I}}(G_p, p) + \overline{\overline{I}}(O_3, (m_p \in G_p))$; Avec : $\overrightarrow{O_3G_p} = \begin{vmatrix} 0 \\ a_1 \\ h/2 \end{vmatrix}_{R_3}$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_3 = m_c \dfrac{r^2}{4} + m_c \dfrac{h^2}{12} + m_p \dfrac{a^2}{12} + m_p \left(a_1^2 + \dfrac{h^2}{4}\right) \\ B_3 = m_c \dfrac{r^2}{4} + m_c \dfrac{h^2}{12} + m_p \dfrac{b^2}{12} + m_p \dfrac{h^2}{4} \\ C_3 = m_c \dfrac{r^2}{2} + \dfrac{m_p}{12}(a^2 + b^2) + m_p\, a_1^2 \\ D_3 = m_p \cdot \dfrac{a_1 \cdot h}{2} \\ E_3 = 0 \\ F_3 = 0 \end{cases}$$

▸ Etude dynamique :

Q19 - R_1 est en translation uniforme $/ R_0 \Rightarrow R_1$ Galiléen.
donc

Q20 - schéma :



Q21 - • Pour F_2 : on isole ④ : T.R.D à ④ $/ \vec{y}_3 \Rightarrow$

$$\boxed{\vec{y}_3 \cdot \vec{R}(\bar{4} \to 4) = \vec{y}_3 \cdot m_4 \cdot \vec{\Gamma}_{G_4/R_1}}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_2 = \vec{y}_3 \cdot m_4 \cdot \vec{\Gamma}_{G_4/R_1}} \;**$$

• Pour C_{23} : on isole $E_1 = \{3 + 4 + V_{34}\}$.

T.M.D à E_1 $/ (O_3, \vec{z}) \Rightarrow$

$$\boxed{\vec{z} \cdot \vec{M}(O_3, \bar{E_1} \to E_1) = \vec{z} \cdot \vec{\delta}(O_3, E_1/R_1)}$$

$$\Rightarrow \boxed{C_{23} = \vec{z} \cdot \vec{\delta}(O_3, E_1/R_1)} \;**$$

• Pour l'éq. de M^{vt} : on isole $E_2 = \{2, 3, 4, M_{23}, V_{34}\}$.

T.R.D à $E_2 / \vec{z} \Rightarrow$

$$\boxed{\vec{z} \cdot \vec{R}(\bar{E_2} \to E_2) = \vec{z} \cdot m(E_2)\, \vec{\Gamma}_{G_{E_2}/R_1}}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_1 - (m_2 + m_3 + m_4)\, g = \vec{z} \cdot m(E_2) \cdot \vec{\Gamma}_{G_{E_2}/R_1}} \;**$$

Q_{22} : Pour C_{23} :

on a : $\vec{z}\cdot\vec{\delta}(O_3, E_1/R_1) = \vec{z}\cdot\vec{\delta}(O_3, 3/R_1) + \vec{z}\cdot\vec{\delta}(O_3, 4/R_1)$

Avec :

• $\vec{z}\cdot\vec{\delta}(O_3, 3/R_1) = \frac{d}{dt}\left(\vec{z}\cdot\vec{\sigma}(O_3, 3/R_1)\right) + \vec{z}\cdot\left(\underbrace{\vec{V}_{O_3/R_1} \wedge \vec{V}_{G_3/R_1}}_{0}\right) m_3$

$\quad\quad = \frac{d}{dt}\left[\left(\vec{z}\cdot\bar{\bar{I}}(O_3, 3)\cdot\dot{\theta}\vec{z}\right) + \vec{z}\cdot\left(m_3 \cdot \underbrace{\vec{V}_{O_3/R_1} \wedge \vec{O_3G_3}}_{0}\right)\right]$

$\quad\quad = C_3 \cdot \ddot{\theta}$

$\Rightarrow \left\| \vec{z}\cdot\vec{\delta}(O_3, 3/R_1) = \ddot{\theta}\cdot\left[\frac{m_c r^2}{2} + \frac{m_p}{12}(a^2+b^2) + m_p a_1^2\right] \right.$

• $\vec{z}\cdot\vec{\delta}(O_3, 4/R_1) = \frac{d}{dt}\left(\vec{z}\cdot\vec{\sigma}(O_3, 4/R_1)\right) + \left(m_4 \underbrace{\vec{V}_{O_3/R_1} \wedge \vec{V}_{G_4/R_1}}_{0}\right)\cdot\vec{z}$

$\quad\quad = \frac{d}{dt}\left[\left(\vec{z}\cdot\bar{\bar{I}}(G_4, 4)\cdot\dot{\theta}\vec{z}\right) + \vec{z}\left(m_4 \vec{V}_{G_4/R_1} \wedge \vec{G_4O_3}\right)\right]$

$\quad\quad = C_4 \cdot \ddot{\theta} + (L+y)^2 \ddot{\theta} m_4 + 2(L+y)\dot{y}\dot{\theta} m_4$

$\Rightarrow \boxed{\vec{z}\cdot\vec{\delta}(O_3, 4/R_1) = \left[C_4 + m_4(L+y)^2\right]\ddot{\theta} + 2(L+y)\cdot\dot{y}\,\dot{\theta}\, m_4}$

1 $\Rightarrow \boxed{C_{23} = \left[C_4 + C_3 + m_4(L+y)^2\right]\ddot{\theta} + 2(L+y)\cdot\dot{y}\cdot\dot{\theta}\cdot m_4}$

4) Etude Automatique :

4.1- Etude Combinatoire :

Q_{23} :

a)

G	L	4
00011-0010	01001-0001	00101-0100

il s'agit du coffret de type : $\boxed{GL4}$.

b) on a : $G \rightarrow K_G = 16$; $L \rightarrow K_L = 21$; $4 \rightarrow K_4 = 4$

$\Rightarrow K = 16 + 21 + 4 = \boxed{41}$.

Vérif : $\boxed{00000-1011} \xRightarrow{\text{tableau}} \boxed{K = 41}$; ok.

c) D'après la présentation :

on a : $GL4 \rightarrow$ 1 barrette ; 4 vis / Barrette.

$\Rightarrow$ Nb de vis total $= \boxed{4 \text{ vis}}$.

4.2- Asservissement :

Q_{24} - $\mathcal{L}(1)$: $Q(p) = Sp\cdot Y(p) + \frac{V}{2B}\cdot p\cdot\left(P_1(p) - P_2(p)\right)$.

$\mathcal{L}(2)$: $Q(p) = K\cdot I(p)$

$\mathcal{L}(3)$: $Mp^2 Y(p) = S\left(P_1(p) - P_2(p)\right) - f p\cdot Y(p) - R(p)$.

Question 25 :

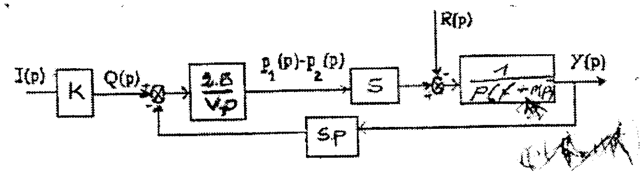


Figure 11 : Schéma fonctionnel de commande du vérin

Q_{26}) $G(p) = \dfrac{\frac{2B\cdot S}{Vp^2(f+Mp)}}{1 + \frac{2B\cdot S\cdot Sp}{Vp^2(f+Mp)}} = \dfrac{2B\cdot S}{2BS^2 p + Vp^2 f + V\cdot M p^3}$

$$\boxed{G(p) = \frac{1/S}{p\cdot\left[1 + \frac{Vf}{2BS^2}p + \frac{V\cdot M}{2B\cdot S^2}p^2\right]}} = \frac{A}{p\left[1 + \frac{2z}{\omega_n}p + \frac{p^2}{\omega_n^2}\right]}$$

Avec : $\boxed{A = \frac{1}{S}}$; $\boxed{\omega_n = \sqrt{\frac{2B\cdot S^2}{V\cdot M}}}$; $\boxed{z = \frac{1}{2}\cdot\frac{f}{S}\cdot\sqrt{\frac{V}{2BM}}}$

§27-

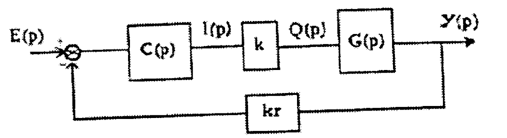


Figure 12 : la commande en boucle fermée du vérin

a- $Hbo(p) = Kc \cdot K \cdot G(p) \cdot Kr$

$$\Rightarrow \quad Hbo(p) = \frac{K_c \cdot K \cdot A}{p\left[1 + \frac{2z}{\omega_n}p + \frac{p^2}{\omega_n^2}\right]}$$

- $n = 3$ (ordre).
- $A.K_c.K$ = Gain.
- $\alpha = 1$ (classe).

b-

- $\varepsilon_s = 0$ car $\alpha = 1$
- $\varepsilon_T = \frac{1}{A.K.K_c}$; $Kr = 1$.

c- on a : $A.K = 12$; $z = 0,25$; $\omega_n = 100$ rad/s.

système juste instable en B.F $\Rightarrow$

$\|Hbo(j\omega_1)\| = 1$; ω_1 / $Arg\ Hbo(j\omega_1) = -180°$

or $Arg\ Hbo(j\omega_1) = -180°$ pour $\omega_1 = \omega_n = 100$ rd/s

pour $\omega = \omega_1 = \omega_n$: $\|Hbo(j\omega_n)\| = \frac{12.K_c}{2z.\omega_n} = 1$.

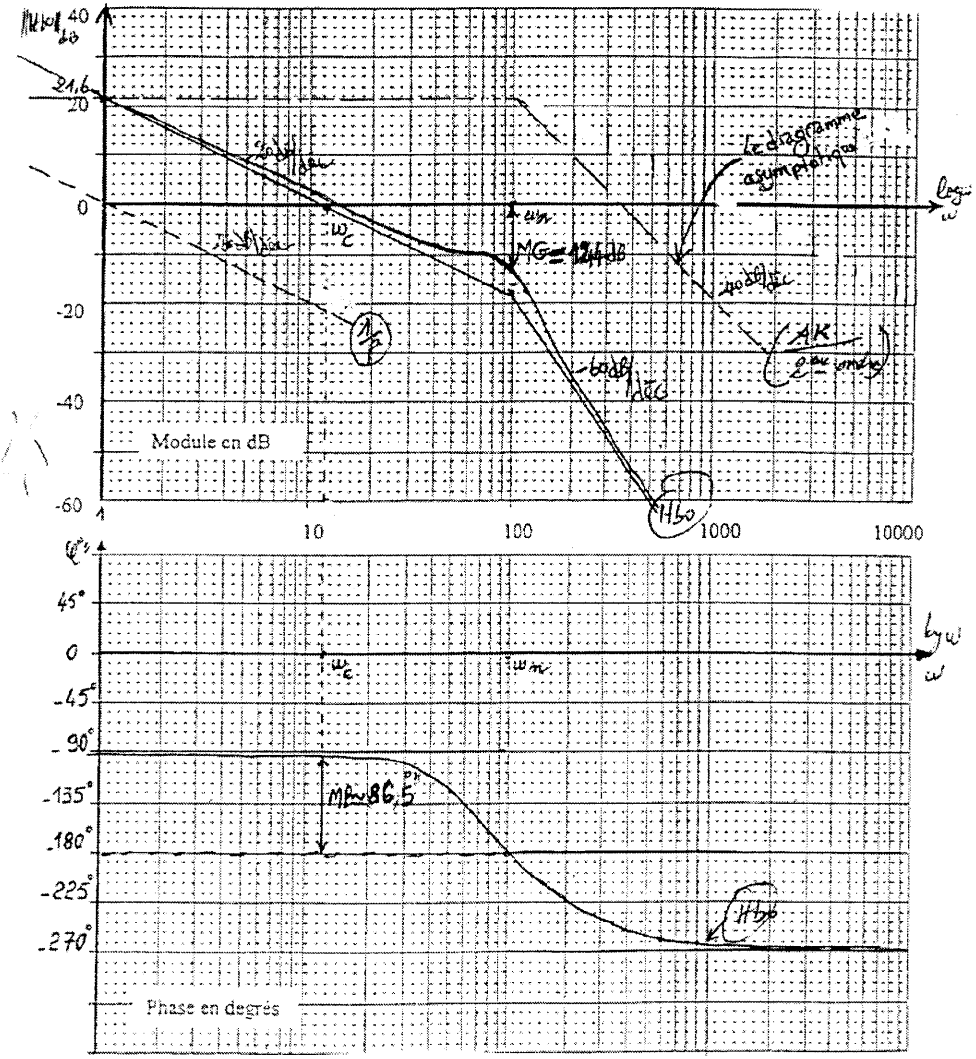
$\Rightarrow$ $\boxed{K_c = 4,16}$

d- $$Hbo(p) = \frac{12}{p\cdot\left[1 + \frac{2z}{\omega_n}p + \frac{p^2}{\omega_n^2}\right]}$$

(voir tracé).

- $z = 0,25 < 0,7$
- $\omega_n = 100$ rad/s
- $\alpha = 1$.

5



e- Pour la Marge de Gain Mg : elle correspond à la valeur en dB de Kc calculé précédement : soit $\boxed{Mg = (12,4)_{dB}}$

- Pour la Marge de phase MP : on a : $\omega c = 12$ rad/s
  $\Rightarrow MP = 180° + Arg\ Hbo(j\omega c) = \boxed{86,5°}$

f- $(Kc)_{dB} = 6,4$ $\Rightarrow$ $\boxed{Kc = 2,08}$